සම්භාවිතාව

(1) මුහුණත්වල 1 සිට 6 තෙක් සංඛ්‍යා ලකුණු කළ නොනැඹුරු දාදු කැටයක් දෙවරක් එබ විසි කර වැටෙන සංඛ්‍යා නිරීක්සනු ලැබෙයි. පළමු වැනි දෙවැනි විසි කිරීම්වල දී වැටෙන සංඛ්‍යා පිළිවෙලින් a,b නම්, තිබිය හැකි සියලුම (a, b) පටිපාටිගත යුගල ලියා දක්වන්න. A, B යනු, A = {(a,b)|a + b ඓක්‍යය 9 ට වැඩි} ද B = {(a , b)|ab ගුණිතය 4 හි ගුණාකාරයක්} ද මගින් අර්ථ දැක්වෙන සිද්ධි නම්, A, B, A ∪ B, A ∩ B, A − B යන සිද්ධිවල අවයව ලියා දක්වන්න. ඒවාට අනුරූප සම්භාවිතා සොයන්න.

i) $P(A\cap B)+P(A\sim B)=P(A)$ ද

ii) $P(A\cup B)+P(A\cap B)=P(A)+P(B)$ ද බව සත්‍යාපනය කරන්න.(1979 අතුරු)

(2) i) A, B යනු හැම අවයවයකටම එක ම සම්භාවිතාව ඇති S නියැදි අවකාශයක වූ සිද්ධි දෙකකි.

$P(A-B)=P(A)-P(A\cap B)$ බව ද $P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)$ බව ද සාධනය කරන්න. පන්තියක ශිෂ්‍යයෝ 10 ක් භෞතික විද්‍යාව උගනිති. 25 ක් ගණිතය උගනිති. ශිෂ්‍යයෝ 5 ක් භෞතික විද්‍යාවත් ගණිතයත් දෙකම උගන්නා අතර ශිෂ්‍යයෝ 10 ක් භෞතික විද්‍යාව හෝ ගණිතය හෝ ඉගෙන නොගනිති. පන්තියේ සිටින සිසුන් ගණන සොයන්න. සසම්භාවී ලෙස ශිෂ්‍යයකු තෝරාගතහොත් ඔහු,

අ) භෞතික විද්‍යාව ආ) ගණිතය ඉ) භෞතික විද්‍යාවත් ගණිතයත් යන දෙකම උගන්නා අයකු වීමේ සම්භාවිතාව සොයන්න. ඒ නයින්, ඉහතින් සඳහන් කළ සූත්‍ර දෙක භාවිත කරමින් තෝරාගත් ශිෂ්‍යයා

α) භෞතික විද්‍යාව උගන්නා නමුත් ගණිතය ඉගෙන නොගන්නා,

β) ගණිතය උගන්නා නමුත් භෞතික විද්‍යාව ඉගෙන නොගන්නා,

γ) විෂයය දෙකෙන් අඩු වශයෙන් එකක් වත් ඉගෙන ගන්නා අයකු වීමේ, සම්භාවිතාව සොයන්න.

ii) දෝෂ සහිත විදුලි බුබුළු 4 ක් ඇතුළත් විදුලි බුබුළු 10 ක තොගයකින් විදුලි බුබුළු දෙකක් සසම්භාවී ලෙස තෝරාගනු ලැබෙයි.

අ) විදුලි බුබුළු දෙකම දෝෂ සහිත වීමේ,

ආ) විදුලි බුබුළු දෙකෙන් එකක් වත් දෝෂ සහිත නොවීමේ,

ඉ) අඩු වශයෙන් එක විදුලි බුබුළක් වත් දෝෂ සහිත වීමේ, සම්භාවිතාව සොයන්න. (1980)

i) පරිමිත S නියැදි අවකාශයෙක සමාන භව්‍යතාවෙකින් යුත් සුගම (සරල) සිද්ධි හරියටම n ගණනක් ඇතුළත් වෙයි. E යනු S හි වූ ද සුගම සිද්ධි n_0 පමණක් ඇත්තා වූ ද යම්කිසි සිද්ධියක් නම්, E සිද්ධියේ P(E) සම්භාවිතාව $P(E)=\frac{n_0}{n}$ ලෙස අර්ථ දක්වනු ලැබෙයි. A, B, C යනු S හි වූ ඕනෑම සිද්ධි තුනක් නම්, ඉහත සඳහන් අර්ථ දැක්වීම භාවිතයෙන් හෝ අන් අයුරකින් හෝ $(A\cup B\cup C)=P(A)+P(B)+P(C)-P(A\cap B)-P(B\cap C)-P(C\cap A)+P(A\cap B\cap C)$ බව පෙන්වන්න. කිසියම් නගරයක X, Y, Z පුවත්පත් තුනක් පළ කෙරෙයි. මෙම නගරයේ ජනගහනයෙන් 60% ක් X කියවති. ජනගහනයෙන් 44% ක් Y ද 34% ක් Z ද 21% ක් X, Y දෙකම ද 13% ක් Y,Z දෙකම ද 19% ක් Z, X දෙකම ද 10% ක් පුවත්පත් තුනම ද කියවති. මෙම නගරයේ වැසියන්ගෙන් අයකු අහඹු (සසම්භාවී) ලෙස තෝරාගත්තොත් ඔහු මේ පුවත්පත් අතුරෙන් අඩු වශයෙන් එකක්වත් කියවන තැනැත්තක් වීමේ සම්භාවිතාව සොයන්න. (1981)

(4) භාජනයක සුදු බෝල w ද රතු බෝල r ද ඇත. බෝලයත් භාජනයත් සසම්භාවී ලෙස ගනු ලැබේ. මෙම බෝලය සුදු එකක් වීමේ සම්භාවිතාව සොයන්න. භාජනයක සුදු බෝල w_1 ද රතු බෝල r_1 ද ඇත. දෙවැනි භාජනයක සුදු බෝල w_2 ද රතු බෝල r_2 ද ඇත. පළමු භාජනයෙන් සසම්භාවී ලෙස බෝලයක් ගෙන දෙවන භාජනයට දමනු ලැබේ. දැන් දෙවන භාජනයෙන් බෝලයක් සසම්භාවී ලෙස ගත්තේ නම් එම බෝලය සුදු එකක් වීමේ සම්භාවිතාව $\frac{w_1+w_2(w_1+r_1)}{(w_1+r_1)(w_2+r_2+1)}$ බව පෙන්වන්න. (1983)

(5) A සහ B එකිනෙකා සමඟ වාර තුනකින් යුතු චෙස් තරඟ පෙළක් ක්‍රීඩා කරති. A තරඟ වාරයක් ජය ගැනීමේ සම්භාවිතාව $\frac{1}{2}$ වන අතර B සඳහා එය $\frac{1}{3}$ ක් වේ. ජය පරාජයකින් තොරව (A සහ B දෙදෙනාගෙන් කිසිවෙක් ජය නොගැනීමෙන්) තරඟ වාරයක් අවසන් වීමේ සම්භාවිතාව සොයන්න.

i) තරඟ වාර සියල්ලම A ජය ගැනීමේ,
ii) තරඟ වාර දෙකක් ජය පරාජයකින් තොරව අවසන් වීමේ,
iii) A සහ B මාරුවෙන් මාරුවට ජය ගැනීමේ,
iv) B අඩු වශයෙන් එක් තරඟ වාරයක්වත් ජය ගැනීමේ, සම්භාවිතාව ගණනය කරන්න.

X මඟින් B ජයගත් තරඟ වාර සංඛ්‍යාව දක්වයි නම්, X හි මධ්‍යනය සහ විචලතාව සොයන්න. (1984)

(6) එක්තරා අහස්යානා ධාවන සමාගමක් නගර දෙකක් අතර එන්ජින් හතරේ සහ එන්ජින් දෙකේ ගුවන් යානා ධාවනය කරවනු ලැබේ. ගුවන් යානාවල එකම වර්ගයකට අයත් එන්ජින් සවිකර ඇත. ගුවන් ගමන් වල දී එන්ජින් ස්වායත්ත ලෙස ක්‍රියාකරනු ලබන අතර ගුවන් ගමනක් තුල දී එන්ජිමක් ආපදාවකට ලක්වීමේ සම්භාවිතාව θ වේ. මෙහි $0 < \theta < 1$ වේ. එන්ජින් සංඛ්‍යාවෙන් අඩු වශයෙන් අඩක්වත් ක්‍රියා කරවමින් ගුවන් යානයකට ආරක්ෂිත ලෙස ගුවන් ගමනක් සම්පූර්ණ කළ හැක.

i) එන්ජින් හතරේ ගුවන් යානයක් සඳහා,
ii) එන්ජින් දෙකේ ගුවන් යානයක් සඳහා, ගුවන් ගමනක දී ස්වකීය ගමනාන්තය දක්වා ගුවන් යානයකට පැමිණීමට නොහැකි වීමේ සම්භාවිතාව සොයන්න. θ හි කවර අගයන් සඳහා එන්ජින් දෙකේ ගුවන් යානයකට වඩා එන්ජින් හතරේ ගුවන් යානයක් ආරක්ෂිත ද? (1985)

(7) S නැමැති පරිමිත නියැදි අවකාශය හරියටම සමත්විතව ඇත්තේ සමානව සිදුවිය හැකි මූලික සිද්ධි n වලින් වේ. මූලික සිද්ධි n' ක් අඩංගු සිද්ධියක් E වලින් හැඳින්වේ. $P(E) = \frac{n'}{n}$ මඟින් E සිද්ධියේ P(E) සම්භාවිතාව අර්ථ දක්වනු ලැබේ. මෙම අර්ථ දැක්වීම භාවිතා කර හෝ අන් ක්‍රමයකින් හෝ S හි ඕනෑම A සහ B සිද්ධි දෙකක් සඳහා,

i) $P(A-B) = P(A) - P(A\cap B)$
ii) $P(A\cup B) = P(A) + P(B) - P(A\cap B)$ බව සාධනය කරන්න.

පුද්ගලයින් 40 කින් යුක්ත සමූහයක වයස වර්ෂ 35 කට අඩු ඉංජිනේරුවන් 20 ක් ද වර්ෂ 35 කට වැඩි ඉංජිනේරුවන් 10 ක් ද වර්ෂ 35 කට අඩු ඉංජිනේරු නොවන අය 4 ක් ද වර්ෂ 35 කට වැඩි ඉංජිනේරුවන් නොවන අය 6 ක් ද ඇත. මෙම සමූහයෙන් යම් කෙනෙක්ව සසම්භාවීම තෝරනු ලැබේ. ඉහත ප්‍රතිඵල භාවිතා කර තෝරාගත් කෙනා

i) වර්ෂ 35 කට අඩු ඉංජිනේරුවෙක්,
ii) වර්ෂ 35 කට වැඩි හෝ ඉංජිනේරුවෙක්, හෝ වීමේ සම්භාවිතාව සොයන්න.

වෙන ඕනෑම ක්‍රමයක් යොදා ඔබේ ප්‍රතිඵල සත්‍යාපනය කරන්න. (1986)

(8) A සහ B තරඟකරුවන් දෙදෙනෙක් චෙස් ක්‍රීඩාවේ යෙදෙන විට A දිනීමේ සම්භාවිතාව $\frac{1}{3}$ බව ද B දිනීමේ සම්භාවිතාව $\frac{1}{2}$ බව ද දනී. ක්‍රීඩා වාරයක් ජය පරාජයකින් තොරව අවසන් වීමේ සම්භාවිතාව සොයන්න. වාර තුනක් ක්‍රීඩා කිරීමට ඔවුන් එකඟ විය.

i) ක්‍රීඩා වාර සියල්ලම B දිනීමේ,

ii) ක්‍රීඩා වාර දෙකක් ජය පරාජයෙන් තොරව අවසන් වීමේ,

iii) A සහ B මාරුවෙන් මාරුවට දිනීමේ,

iv) A අඩු වශයෙන් එක් ක්‍රීඩා වාරයක් දිනීමේ, සම්භාවිතාව සොයන්න. (1988)

(9) ස්ත්‍රී පුරුෂ ව්‍යාප්තිය සම ලෙස සම්භාව්‍යයි උපකල්පනය කරමින් ළමයි 4 ක් සිටින පවුලක

අ) හරියටම ගැහැණු ළමයි දෙදෙනෙකු,

ආ) අඩු වශයෙන් එක් ගැහැණු ළමයකු සිටීමේ, සම්භාවිතාව සොයන්න. එක්තරා ගමක එක එක ළමයි 4 ක් සිටින පවුල් 64 ක් ඇත. මෙම 64 න් එකක

අ) හරියටම ගැහැණු ළමයි දෙදෙනෙකු,

ආ) අඩු වශයෙන් එක් ගැහැණු ළමයකු, සිටින පවුල් r සංඛ්‍යාවක් තිබීමේ සම්භාවිතාව සොයන්න. (1989)

(10) අ) සාධාරණ (නොනැඹුරු) කාසි 3 ක් අනුයාත ලෙස උඩ දමනු ලැබේ. A, B සහ C සිද්ධීන් පහත දැක්වෙන ලෙස අර්ථ දක්වා ඇත. A = {පළමුවැනි කාසිය හිස වීම} B = {හරියටම හිසවල් දෙකක් ලැබීම} C = {හිසවල් දෙකකට වඩා නොලැබීම} X සිද්ධියෙහි දී සම්භාවිතාව p(X) වලින් දක්වයි නම්,

i) P(A) ii) P(B) iii) P(C) iv) $P(A \cup B)$ සොයන්න.

ආ) 1සිට 16 දක්වා ඇති නිඛිල ඒකක එක බැගින් කාඩ්පත් වල ලියා ඇත. සසම්භාවී ලෙස කාඩ්පත් දෙකක් තෝරාගනු ලැබේ. ඒවායේ ඇති නිඛිලවල ඓක්‍ය 12 වීමේ සම්භාවිතාව සොයන්න. (1990)

(11) A, B ක්‍රීඩකයන් දෙදෙනෙක් ටෙනිස් තරඟයක යෙදේ. ඔවුන් අතරෙන් ක්‍රීඩා වාර (Sets) දෙකක් දිනන තෙක් තරඟය පැවැත් වේ. ඕනෑම ක්‍රීඩා වාරයක් A දිනීමේ සම්භාවිතාව 0.40 වේ.

අ) i) A තරඟය දිනීමේ,

ii) අනුගාමී ක්‍රීඩා වාර දෙකකින් B පරාජය කිරීමෙන් A තරඟය දිනීමේ, සම්භාවිතාවන් සොයන්න. (1992)

(12) A සහ B සිද්ධීන් දෙකක් ස්වායක්ත යැයි කියනු ලබන්නේ $P(A \cap B) = P(A)P(B)$ ම නම් පමණක් වේ. A සහ B යනු ස්වායක්ත සිද්දි දෙකක් නම් ඒවායේ අනුපූරක සිද්ධීන් ද එකිනෙකට ස්වායත්ත බව පෙන්වන්න. [$(A \cup B)' = A' \cap B'$ බව උපකල්පනය කළ හැකිය. මෙහි (') යන්නෙන් අනුපූරක සිද්ධිය හැඳින් වේ.] කිසියම් ආකාරයක ඕනෑම තරඟ වාරයක් A ක්‍රීඩකයා විසින් දිනීමේ සම්භාවිතාව 0.70 කි. තරඟ වාර තුනකින් යුත් එවැනි ක්‍රීඩාවකට A ඉදිරිපත් වෙයි. යටත් පිරිසෙයින් ක්‍රීඩාවේ එක තරඟ වාරයක්වත් A විසින් දිනා ගැනීමේ සම්භාවිතාව සොයන්න. (1993)

(13) A සහ B යනු සසම්භාවී පරීක්ෂණයක නියැදි අවකාශයක් හා ආශ්‍රිත සිද්ධි අවකාශයට අයත් ඕනෑම සිද්ධි දෙකකි. සුපුරුදු අංකනයෙන් $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$ බව පෙන්වන්න. ප්‍රථම වරට හිස දර්ශනය වන තෙක්, නිර්දෝශ කාසියක් විසි කරනු ලැබේ. පරීක්ෂණයේ නියැදි අවකාශය ලියන්න. එක් එක් අවස්ථාව සඳහා,

i) r වැනි විසිකිරීමේ දී

ii) ඉරට්ටේ සංඛ්‍යාවක් සහිත විසිකිරීමක දී

iii) 3 න් බෙදෙන විසිකිරීමක දී ප්‍රථම වරට හිස දර්ශනය වීමේ සම්භාවිතාව සොයන්න. (1994)

(14) එක්තරා නගරයක A,B,C නම් ප්‍රවෘත්ති පත්‍ර තුනක් ප්‍රසිද්ධ කරනු ලැබේ. වැසියන්ගෙන් 20% ක් A ද 16% ක් B ද 14% ක් C ද 8% ක් A සහ B ද 6% ක් A සහ C ද 4% ක් B සහ C ද 2% ක් පත්‍ර තුනම ද කියවන බව සමීක්ෂණයකින් නිමාණය වේ. සසම්භාවී ලෙස තෝරාගත් කෙනෙකු

a) එකම පත්‍රයක් වත් නොකියවීමේ,

b) C නොකියවීමේ,

c) A කියවන නමුත් B නොකියවීමේ,

d) අඩු වශයෙන් පත්‍ර දෙකක්වත් කියවීමේ සම්භාවිතාව සොයන්න. (1995)

(15) A සහ B සිද්ධීන් දෙක $P(A \cap B) = P(A)P(B)$ වන පරිදි වේ නම් A සහ B ස්වායත්ත සිද්ධීන් යැයි කියනු ලැබේ. C සහ D ස්වායත්ත සිද්ධීන් ස්වායත්ත සිද්ධීන් දෙකක් යැයි සිතමු. C' සහ D' යනු පිළිවෙලින් C හි සහ D හි අනුපූරක සිද්ධීන් වේ.

a) C සහ D' ස්වායත්ත සිද්ධීන් බව ද

b) C' සහ D' ස්වායත්ත සිද්ධීන් බව ද පෙන්වන්න.

මිනිසකු සහ ඔහුගේ භාර්යාව ඔවුන්ගේ විවාහයෙන් පසු අඩු වශයෙන් වර්ෂ 25 ක් ජීවත් වීමේ සම්භාවිතාවය පිළිවෙලින් 0.70 සහ 0.80 වේ. වර්ෂ 25 කින්,

i) දෙදෙනාම ජීවත් ව සිටීමේ,

ii) එක්කෙනෙක් ජීවත් ව නොසිටීමේ,

iii) අඩු වශයෙන් එක්කෙනෙකුවත් ජීවත් ව සිටීමේ,

iv) හරියටම එක් අයෙකු ජීවත්ව සිටීමේ, සම්භාවිතාවය සොයන්න. (1996)

(16) S නම් පරිමිත නියැදි අවකාශයෙහි එක හා සමානව සිදුවිය හැකි සුමග සිද්ධි හරියටම n තිබෙයි. සුමට සිද්ධි p ඇතුළත් වන්නා වූත් S ට අයත් වන්නා වූත් ඕනෑම සිද්ධියක් E යැයි සිතන්න. E සිද්ධියේ සම්භාවිතාව වන P(E) අර්ථ දක්වන්න. S ට ඇතුළත් A හා B නම් ඕනෑම සිද්ධි දෙකක් සඳහා සුපුරුදු අංකනයට අනුව,

i) $P(A \cap B') = P(A) - P(A \cap B)$ බවත්,

ii) $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$ බවත්, සාධනය කරන්න.

අ) $2p, p^2$ හා $4p-1$ සංසටිත සම්භාවිතා සහිත නියැදි ලක්ෂ්‍ය තුනකින් සමන්විත ව නියැදි අවකාශයක් පිහිටයි. පිළිගත හැකි p හි අගය සොයන්න.

ආ) පුද්ගලයින් 50 දෙනෙකුගේ කණ්ඩායමක 30 දෙනෙකු වයස අවුරුදු 35 ට අඩු වෛද්‍යවරුය. 10 දෙනෙකු වයස අවුරුදු 35 ට වැඩි වෛද්‍යවරුය. 4 දෙනෙකු වයස අවුරුදු 35 ට අඩු වෛද්‍යවරු නොවන අය වේ. 6 දෙනෙකු වයස අවුරුදු 35 ට වැඩි වෛද්‍යවරු නොවන අය වේ. මෙම කණ්ඩායමේ වෛද්‍යවරුන්ගෙන් සැදී කුලකය A ලෙසත් වයස අවුරුදු 35 ට වැඩි පුද්ගලයින්ගෙන් සැදි කුලකය B ලෙසත් දක්වේ යැයි සිතමු. අර්ථ දක්වීම භාවිත කොට ගෙන P(A), P(B) හා $P(A \cap B)$ සොයන්න. $P(A \cup B)$ හි අගය අපෝහනය කොට ඔබේ ප්‍රතිඵලය වචනවලින් ලියා දක්වන්න. (1997)

(17) ආ) A සහ B යනු අන්‍යෝන්‍ය වශයෙන් බහිෂ්කාරව විය හැකි සිද්ධි දෙකක් නම්, ඒවා ස්වායත්ත විය හැකි ද? ඔබේ පිළිතුර සනාථ කරන්න.

ආ) A,B හා C යනු S නියැදි අවකාශයේ වූ සිද්ධි තුනක් යැයි සිතමු. සුපුරුදු අංකනයෙන්,

i) $P(A \cap B) \geq P(A) + P(B) - 1$ බවත්,

ii) $P(A \backslash C) \geq P(B \backslash C)$ ද $P(A \backslash C') \geq P(B \backslash C')$ ද නම් $P(A) \geq P(B)$ බවත්,

සාධනය කරන්න.

ඇ) පෙට්ටියක නිල් වීදුරු බෝල 3 ක් සහ රතු වීදුරු බෝල 2 ක් ද තවත් පෙට්ටියක නිල් වීදුරු බෝල 2 ක් සහ රතු වීදුරු බෝල 5 ක් ද තිබෙයි. මේ පෙට්ටි අතුරෙන් එක් පෙට්ටියකින් සසම්භාවී ලෙස ගත් බෝලය නිල් වීදුරු බෝලයක් විය. එය පළමුවැනි පෙට්ටියෙන් ලැබුණු බෝලයක් වීමේ සම්භාවිතාව කීය ද? (1998)

(18) අ) S සර්වත්‍ර කුලකයෙහි A සහ B උපකුලක ලෙස ගනිමු. ඔබ භාවිත කරන කුලක වීජයේ නියම ප්‍රකාශ කරමින් $(a - B) \cup (B - A) = (A \cup B) - (A \cap B)$ බව සාධනය කරන්න.

$f(n) = (n-1)(n-2) + 2$ මගින් $f: \mathbb{Z}^+ \rightarrow \mathbb{Z}^+$ අර්ථ දැක්වේ යැයි ද, $X \subseteq \mathbb{Z}^+$ සඳහා

$f(X) = \{f(x) / x \in X\}$ යැයි ද ගනිමු

$A = \{1, 3, 5\}$ සහ $B = \{2, 4, 5\}$ නම් $f(A \cup B) = f(A) \cup f(B)$ සහ $f(A \cap B) \neq f(A) \cap f(B)$ බව පෙන්වන්න.

ආ) A, B, C යනු S සර්වත්‍ර කුලකයේ උපකුලක යැයි ගනිමු. ඔබ උපයෝගී කර ගන්නා වූ කුලක වීජයේ නියම සඳහන් කරමින්, සුපුරුදු අංකනයෙන් $A-(B-C) = (A \cup B) \cup (A \cap C)$ බව සාධනය කරන්න. (1998)

(19) $P(A_i \backslash D)$ අසම්භාව්‍ය සම්භාවිතාව දෙන්නා වූ බේස් ප්‍රමේයයේ සරල ආකාරය ප්‍රකාශ කරන්න. මෙහි $i = 1, 2, 3$ සඳහා A_i යනු එක්තරා පරීක්ෂණයක S නියැදි අවකාශය මෙලය වශයෙන් ඇති අන්‍යෝන්‍ය වශයෙන් බහිෂ්කාර සිද්ධි තුනක් බවත් D යනු $P(D) > 0$ වන සේ ඇති S හි අභිමත සිද්ධියක් බවත් දී ඇත. [සූත්‍රය සාධනය අපේක්ෂා නොකෙරේ.]

කර්මාන්තශාලාවක් මගින් A_1, A_2, A_3 යන්ත්‍ර තුනක් යොදා ගනිමින් සමාන භාණ්ඩ නිෂ්පාදනය කරනු ලැබේ. එම යන්ත්‍ර තුනෙන් දිනකට නිපදවන ඒකක ගණන පිළිවෙලින් 200, 175 සහ 125 වේ. දීර්ඝ කාලයක් තුළ සොයා ගෙන ඇති පරිදි නිෂ්පාදනයෙහි දෝෂ සහිත ප්‍රතිශතය A_1, A_2 සහ A_3 යන්ත්‍ර සඳහා පිළිවෙලින් 4%, 4% සහ 6% වේ.

අ) කර්මාන්තශාලාවේ නිෂ්පාදනයෙන් ඒකකයක් සසම්භාවී ව තෝරා ගත් විට එය සදොස් එකක් වීමේ සම්භාවිතාව 0.045 බව පෙන්වන්න.

ආ) කර්මාන්තශාලාවේ නිෂ්පාදනයෙන් සසම්භාවී ව තෝරාගත් ඒකකයක් සදොස් එකක් බව සොයා ගත්තේ නම්, එය A_1 යන්ත්‍රයෙන් නිපදවා තිබීමේ සම්භාවිතාව සොයන්න. එය නිපදවීමට වඩාත්ම ඉඩ ඇත්තේ කුමන යන්ත්‍රයෙන් ද? ඔබේ පිළිතුර සනාථ කරන්න.

ඇ) වෙනස් දින තුනක දී එක් එක් දවසේ කර්මාන්ත ශාලාවේ නිෂ්පාදනයෙන් ඒකකයක් බැගින් සසම්භාවී ව තෝරාගනු ලැබේ. ඒවායින් හරියටම එකක් සදොස් වීමේ සම්භාවිතාව සොයන්න.

ඈ) එක්තරා දිනක දී එක් එක් යන්ත්‍රයේ නිෂ්පාදනයෙන් එක ඒකකයක් බැගින් සසම්භාවී ව තෝරාගනු ලැබේ නම් ඒවායින් හරියටම එකක් සදොස් වීමේ සම්භාවිතාව සොයන්න. (1999)

(20) ඇ) A සහ B යනු $P(A \cap B) = \frac{1}{4}$ සහ $P(A) = (A|B') = \frac{5}{12}$ වන පරිදි වූ සසම්භාවී සිද්ධි දෙකකි. මෙහි B' යනු B හි අනුපූරක සිද්ධියයි.

i) P (B\A) ii) P(B), iii) P(A\B) සහ iv) P(A∪B) යන මේවා සොයන්න.

A සහ B සිද්ධි අන්‍යෝන්‍ය වශයෙන් බහිෂ්කාර වේ ද? ඒවා ස්වායත්ත වේ ද? එක් එක් අවස්ථාවේ දී ඔබේ පිළිතුර සනාථ කරන්න.

ආ) "පිරිමි ළමයකුගේ ඉපදීම" සහ "ගැහැනු ළමයකුගේ ඉපදීම" සමසේ විය හැකි සහ ස්වායත්ත සිද්ධි ලෙස උපකල්පනය කෙරේ. ළමයින් දෙදෙනෙකු සිටිනා පවුලකින් එක් ළමයෙක් පිරිමි ළමයෙක් බව දී ඇත. අනික් ළමයා

i) පිරිමි ළමයකු ම වීමේ, ii) ගැහැනු ළමයකු වීමේ,

සම්භාවිතාව සොයන්න. (2000)

(21) ඇ) A සහ B සසම්භාවී සිද්ධි දෙකක් සම්බන්ධයෙන් P(A∪B), P(A∩B) සහ P(A|B) සම්භාවිතා අර්ථ දක්වන්න. A, B සසම්භාවී සිද්ධි දෙකෙහි සම්භාවිතා $P(A) = 0.6$ සහ $P(B) = 0.2$ වන අතර $P(A|B) = 0.1$ වෙයි. A සහ B සිද්ධි සඳහා පහත දැක්වෙන සම්භාවිතා ගණනය කරන්න.

i) සිද්ධි දෙකම සිදුවීම
ii) හරියටම එක් සිද්ධියක් පමණක් සිදුවීම සහ
iii) සිද්ධි එකක්වත් සිදු නොවීම.

ආ) කාසි තුනකින් එකක් එක් වරක් උඩ දැමූ විට ශීර්ෂය ලැබීමේ සම්භාවිතාව p වන පරිදි නැඹුරුය; අනික් දෙක නොනැඹුරුය. කාසි තුනෙන් එකක් සසම්භාවී ලෙස තෝරාගෙන එය දෙවරක් උඩ දමනු ලැබේ. ලැබිය හැකි ප්‍රතිදාන පෙන්වීමට රුක් සටහනක් අඳින්න. වාර දෙකේ දීම ශීර්ෂ ලැබීමේ සම්භාවිතාව $\frac{17}{54}$ වෙයි නම්, p හි අගය සොයන්න. p හි මෙම අගය සඳහා වාර දෙකේ දීම ඇත්ත වශයෙන්ම ශීර්ෂ ලැබුණු බව දී ඇත්නම් තෝරාගන්නා ලද කාසිය නැඹුරු එකක් වීමේ සම්භාවිතාව සොයන්න. (2001)

(22) A සහ B සිද්ධි දෙක ස්වායත්ත නම්, A', B සහ A', B' සිද්ධීන් යුගල ද ස්වායත්ත බව පෙන්වන්න. මෙහි (') යන්නෙන් අනුපූරකය දැක්වේ.

a) එකිනෙකට ස්වායත්තව ක්‍රියා කෙරෙන එන්ජිම් දෙකක් කුඩා ගුවන්යානාවකට සවිකොට ඇත. සාර්ථක ගුවන් ගමනක් සඳහා අඩුවශයෙන් එක් එන්ජිමක් වත් ගමන මුළුල්ලේම ක්‍රියා කළ යුතු ය. එක් එක් එන්ජිමක් සඳහා **එන්ජිම අක්‍රිය වීමේ සම්භාවිතාව** p නම් එන්ජිම අක්‍රිය වීම පමණක් සලකා සාර්ථක ගුවන් ගමනක් සඳහා සම්භාවිතාව p ඇසුරෙන් ලබාගන්න. තිරුපද්‍රිත ගුවන් ගමනක් සඳහා සම්භාවිතාව 0. 999 999 ට වඩා වීම පිණිස p ට ගතහැකි වැඩිතම අගය කුමක් ද?

b) A, B, C (ආවේණික) ලක්ෂණ තුන වැඩිහිටි පිරිමින්ගේත් වැඩිහිටි ගැහැනුන්ගේත් ජානවල තිබිය හැකි නමුත් ඕනෑම එක් පුද්ගලයෙකුට තිබිය හැක්කේ එක් ලක්ෂණයක් පමණකි. අහඹු ලෙස තෝරාගනු ලැබූ වැඩිහිටියෙකුට A, B, C ලක්ෂණ පැවතීමේ සම්භාවිතා පිළිවෙලින් $\frac{1}{4}, \frac{1}{2}, \frac{1}{4}$ වේ. තව ද ඉහත ජාන ලක්ෂණ සහිත දෙමව්පියන්ගේ දරුවකුගේ ඇස්වල පාට එක්කෝ දුඹුරු හෝ නැතහොත් කළු හෝ වේ. ඇස්වලට වෙනත් පාටක් ගත නොහැකි ය. දෙන ලද දෙමාපිය යුවලකගේ දරුවකුගේ ඇස්වල පාට **දුඹුරු** වීමේ අනුරූප සම්භාවිතා වගුවෙහි දැක්වේ.

මව / පියා	A	B	C
A	0	0	0
B	0	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$
C	0	$\frac{1}{2}$	1

සිදුවන්නේ යැයි ද සුපුරුදු දෙමාපියන් අතර A, B, C ලක්ෂණ තිබීම ස්වායත්තව අංකනයෙන් $P(X) = \sum_i P(X|Y_i)P(Y_i)$ යැයි ද උපකල්පනය කිරීමෙන් අහඹු ලෙස තෝරාගනු ලැබූ දරුවකුගේ ඇස්වල පාට දුඹුරු වීමේ සම්භාවිතාව සොයන්න. තව ද A ලක්ෂණය සහිත වැඩිහිටියෙකුගේ ඇස්වල පාට කළු පමණක් බව ද C ලක්ෂණය සහිත එවැන්නකුගේ ඇස්වල පාට දුඹුරු පමණක් බව ද ද B ලක්ෂණය සහිත වැඩිහිටියෙකුගේ ඇස්වල පාට කළු හෝ දුඹුරු හෝ වීමේ සම්භාවිතා පිළිවෙලින් $\frac{3}{4}$, $\frac{1}{4}$ බව ද දන්නා ලද කරුණකි. දෙදෙනාගේම ඇස්වල පාට කළු වූ දෙමව්පියන් ඇති දරුවකුගේ ඇස් දුඹුරු පාට වීමේ සම්භාවිතාව ගණනය කරන්න. (2002)

(23) a) A සහ B යනු සසම්භාවී සිද්ධීන් දෙකක් නම්, A සහ B හි ස්වායත්තතාව අර්ථ දක්වන්න. A, B හා $A \cap B$ සිද්ධීන්වල සම්භාවිතා ඇසුරෙන් සම්මත අංකනයට අනුව $P(A \cup B)$ සඳහා ප්‍රකාශනයක් දෙන්න. X සසම්භාවී විචල්‍යය සමාන සම්භාවිතාව සහිතව 0 හා 1 අගයයන් පමණක් ගනී. Y යනු සමාන සම්භාවිතාව සහිතව 0 හා 1 අගයයන් පමණක් ගන්නා තවත් සසම්භාවී විචල්‍යයකි. A සහ B යන සසම්භාවී සිද්ධීන් දෙක පහත සඳහන් පරිදි අර්ථ දක්වා ඇතැයි ගනිමු. $A : X = 0$ හා $\bar{A} : X = 1$ සහ $B : Y = 0$ හා $\bar{B} : Y = 1$. $U = X + Y$ යැයි ගනිමු. U විසින් 0, 1, 2 අගයන් ගන්නා බව පෙන්වා $U = 0, 1, 2$ සිද්ධීන් A, $\bar{A}$, B, $\bar{B}$ ඇසුරෙන් ප්‍රකාශ කරන්න. A සහ B ස්වායත්ත ලෙස ගනිමින්,

i) $P(U = r)$; $r = 0,1,2$ සොයන්න.

ii) $V = XY$ නම්, V හි අනුරූප සම්භාවිතා සොයන්න.

b) X නමැති යම් රෝගයක් සඳහා A සහ B රෝග ලක්ෂණවලින් එකක් පමණක් පවතී. සම්මත අංකනයට අනුව $P\left(\frac{X}{A}\right) = 0.2$ හා $P\left(\frac{X}{B}\right) = 0.8$ බව දනී. එක්තරා සංගහනයක 40% ක් සඳහා A රෝග ලක්ෂණයද ඉතිරි 60% ක් සඳහා B රෝග ලක්ෂණයද පවතී. සසම්භාවී ලෙස තෝරාගත් පුද්ගලයෙකුට X රෝගය තිබීමේ සම්භාවිතාව ගණනය කරන්න. තව ද රෝගියෙකු X රෝගයෙන් පෙළෙන බව දී ඇත්නම් ඔහු B රෝග ලක්ෂණය පෙනුනම් කිරීමේ සම්භාවිතාව $\frac{6}{7}$ ට සමාන බව පෙන්වන්න. X රෝගය තිබීමෙන් B රෝග ලක්ෂණය පෙන්වීමේ සම්භාවිතාව අඩු වී ඇත් ද? නැතහොත් වැඩි වී ඇත් ද? හේතු දක්වන්න. (2003)

(24) a) සසම්භාවී ලෙස තෝරාගන්නා ලද අයිතමයක් දෝෂ සහිත වීමේ සම්භාවිතාව P_1 වේ. දෝෂ සහිත අයිතමයක දෝෂයක් ඇති බව අනාවරණය කර ගැනීමේ සම්භාවිතාව P_2 වේ. සසම්භාවී ලෙස තෝරා ගන්නා ලද අයිතමයක දෝෂයක් ඇති බව අනාවරණය කර ගැනීමේ සම්භාවිතාව සොයන්න. (හොඳ අයිතමයක දෝෂයක් අනාවරණය කර ගැනීමේ සම්භාවිතාව 0 බව ඔබට උපකල්පනය කළ හැකිය.) එවැනි අයිතම තුනක් සසම්භාවී ලෙස තෝරා ගන්නා ලද්දේ යැයි සිතමු.

i) අයිතම තුන අතරේ දෝෂ කිසවක් අනාවරණය නොවීමේ,

ii) අයිතම දෙකක දෝෂයන් අනාවරණය කර ගැනීමේ,

iii) අඩු වශයෙන් අයිතම දෙකකවත් දෝෂයන් අනාවරණය කර ගැනීමේ, සම්භාවිතාව නිර්ණය කරන්න.

b) X හා Y අනාවැකි පළකරන්නන් දෙදෙනෙක් එකිනෙකට ස්වායත්ත ලෙස කාලගුණය පුරෝකථනය කරති. X අනාවැකි පළකරන්නා කාලගුණය නිවැරදි ලෙස පුරෝකථනය කිරීමේ සම්භාවිතාව α ද Y අනාවැකි පළකරන්නා කාලගුණය නිවැරදි ලෙස පුරෝකථනය කිරීමේ සම්භාවිතාව β ද වෙයි. දෙන ලද දවසක් සඳහා X අනාවැකි පළකරන්නා යහපත් කාලගුණයක් පුරෝකථනය කළ අතර Y අනාවැකි පළකරන්නා අයහපත් කාලගුණයක් පුරෝකථනය කළේ ය. X අනාවැකි පළකරන්නා නිවැරදි වීමේ සම්භාවිතාව සොයන්න. (2004)

(25) එක්තරා රියදුරෙකු ඔහුගේ මෝටර් රථය නගරයක නවත්වා තබන ඕනෑම විටෙක දී නවත්වා තැබීමේ වරදක් තිබීමේ සම්භාවිතාව p වෙයි. ඔහු නවත්වා තැබීමේ වරදක් කරන ඕනෑම විටෙක දී ඔහුට දඩ ගැසීමේ සම්භාවිතාව q වෙයි.

a) රියැදුරා එක්තරා දිනක දී ඔහුගේ මෝටර් රථය නගරයේ දෙවරක් නවත්වා තබයි.
   i) ඉහත අවස්ථාවට අනුරූප නියැදි අවකාශය ලියා දක්වන්න.
   ii) රුක් සටහන ඇඳ ඒ තයින්, එක් එක් විය හැකි ප්‍රතිඵලයේ සම්භාවිතාව ලබාගන්න.

b) රියැදුරා එක්තරා දිනයක දී ඔහුගේ මෝටර් රථය නගරයේ දෙවරක් නවත්වා තබයි.
   i) ඉහත අවස්ථාවට අනුරූප රුක් සටහන අඳින්න.
   ii) වාර දෙකේ දීම ඔහුට දඩ ගැසීමේ සම්භාවිතාව සොයන්න.
   iii) වාර දෙකේ දීම ඔහු නවත්වා තැබීමේ වරද කර ඇතැයි දී ඇති විට ඔහුට එක් වරක් පමණක් දඩ ගැසීමේ සම්භාවිතාව සොයන්න.
   iv) එක් අවස්ථාවක දී පමණක් ඔහු නවත්වා තැබීමේ වරදක් කර ඇතැයි දී ඇති විට ඔහුට දඩ ගැසීමේ සම්භාවිතාව සොයන්න. (2005)

(26) a) X සහ Y යනු S නියැදි අවකාශයට අයත් ප්‍රභින්න සිද්ධි දෙකකි. පහත දැක්වෙන එක් එක් ප්‍රකාශනයෙන් අදහස් කෙරෙන්නේ කුමක් දැයි පැහැදිලිව ප්‍රකාශ කරන්න.

* X සහ Y නිරවශේෂ (exhaustive) සිද්ධි වෙයි.
* X සහ Y අන්‍යොන්‍ය වශයෙන් බහිෂ්කාර සිද්ධි වෙයි.
* X සහ Y ස්වායත්ත සිද්ධි වෙයි.

A සහ B යනු S අවකාශයේ නිරවශේෂ සහ අන්‍යෝන්‍ය වශයෙන් බහිෂ්කාර සිද්ධි දෙකකි. $P(A)=\frac{2}{5}$ වෙයි නම්, P(B) සොයන්න.

C යනු A සහ C ස්වායත්ත වූ සහ $P(C)=\frac{1}{2}$ වන පරිදි වූ S අවකාශයේ තුන්වෙනි සිද්ධියකි. $\bar{A}$ සහ $\bar{C}$ මඟින් පිළිවෙලින් A සහ C හි අනුපූරක සිද්ධි දැක්වෙයි.

i) $P(A \cap C)$ ගණනය කරන්න.
ii) $P(A \cup C)$ සොයා $P(\bar{A} \cap \bar{C})$ අපෝහනය කරන්න.
iii) $\bar{A}$ සහ $\bar{C}$ ස්වායත්ත වෙයි ද? ඔබගේ පිළිතුර සනාථ කරන්න.

D යනු B සහ D අන්‍යෝන්‍ය වශයෙන් බහිෂ්කාර වූ සහ $P(D)=\frac{1}{5}$ වන පරිදි වූ S අවකාශයේ හතරවෙනි සිද්ධියකි. $\bar{B}$ සහ $\bar{D}$ මඟින් පිළිවෙලින් B සහ D හි අනුපූරක සිද්ධි දැක්වෙයි. $\bar{B}$ සහ $\bar{D}$ අන්‍යෝන්‍ය වශයෙන් බහිෂ්කාර වෙයි ද? ඔබගේ පිළිතුර සනාථ කරන්න.

b) රජයේ සේවකයෙක් එක්තරා දිනක දී කාරයෙන්, බස්රියෙන් හෝ දුම්රියෙන් රාජකාරියට යෑමේ සම්භාවිතා පිළිවෙලින් $\frac{1}{10}$, $\frac{2}{5}$ සහ $\frac{1}{2}$ වෙයි. මෙම ගමනාගමන ක්‍රම මඟින් පමා වී වැඩට යෑමේ සම්භාවිතා පිළිවෙලින් $\frac{1}{5}$, $\frac{1}{2}$ සහ $\frac{3}{10}$ වෙයි. මෙම දිනයේ දී ඔහු පමා වූයේ නම්, බේස් ප්‍රමේයය (Bayes' Theorem) භාවිතයෙන් ඔහු දුම්රියෙන් ගමන් කර තිබීමේ සම්භාවිතාව ගණනය කරන්න. (2006)

(27) a) A සහ B යනු සිද්ධි දෙකක් යැයි ගනිමු. B දී ඇති විට A හි අසම්භාව්‍ය සම්භාවිතාව වන P(A/B) අර්ථ දක්වන්න.
i) P(A/B) = 0, ii) P(A/B) = P (A)
වන විට A සහ B අතර සම්බන්ධතාව ප්‍රකාශ කරන්න.

b) විමල්, නිමල් හා පියල් නම් යහළුවෝ තිදෙනෙක් දිවා ආහාර පැකැට්ටු මිලට ගැනීම සඳහා ආපන ශාලාවක් වෙත යති. මස් හෝ මාළු හෝ එළවළු සමග බත් පැකැට්ටු ආපන ශාලාවේ ඇත. මස් අනුභව නොකරන විමල් මාළු හෝ එළවළු සමග බත් පැකට්ටුවක් මිලට ගැනීම තීරණය කිරීම සඳහා සාධාරණ කාසියක් උඩ දමයි. මෙය නිරීක්ෂණය කරන නිමල් ද මස් හා මාළු අතර තීරණය කිරීම සඳහා සාධාරණ කාසියක් උඩ දමයි. පියල් එළවළු පැකැට්ටුවක් හෝ අනෙක් දෙවර්ගයෙන් පැකැට්ටුවක් තීරණය කිරීම සඳහා සාධාරණ කාසියක් උඩ දමයි. දෙවනුවට කියූ අවස්ථාවේ දී ඔහු මස් හෝ මාළු අතර තීරණය කිරීම සඳහා නැවතත් සාධාරණ කාසිය උඩ දමයි.
i) විමල් හා නිමල් එකම වර්ගයේ පැකැට්ටු මිලට ගැනීමේ,
ii) නිමල් හා පියල් එකම වර්ගයේ පැකැට්ටු මිලට ගැනීමේ,
iii) ඔවුන් තිදෙනාම එකම වර්ගයේ පැකැට්ටු මිලට ගැනීමේ,
iv) විමල් නිමල් හා පියල් වෙනස් වර්ගවල පැකැට්ටු මිලට ගැනීමේ, සම්භාවිතාව සොයන්න.

c) සිසුවකු බහුවරණ පරීක්ෂණයකට පෙනී සිටින අතර එක් එක් ප්‍රශ්නයට නිවැරදි පිළිතුරු එකක් පමණක් සහිත විය හැකි පිළිතුරු 5 ක් තිබේ. සිසුවා පිළිතුර දන්නේ නම් ඔහු නිවැරදි පිළිතුරු තෝරා ගනී. එසේ නොමැති විට ඔහු විය හැකි පිළිතුරු 5 අතුරෙන් එකක් සසම්භාවී ලෙස තෝරා ගනී. ප්‍රශ්න අතුරෙන් 70% කට නිවැරදි පිළිතුරු සිසුවා දනී යැයි සිතමු.
i) දෙන ලද ප්‍රශ්නයකට සිසුවා නිවැරදි පිළිතුර තෝරාගැනීමේ සම්භාවිතාව සොයන්න.
ii) ප්‍රශ්නයකට සිසුවා නිවැරදි පිළිතුර තෝරාගෙන ඇත්නම් ඔහු පිළිතුර දැන සිටීමේ අසම්භාව්‍ය සම්භාවිතාව සොයන්න. (2007)

(28) a) A සහ B යනු සිද්ධි දෙකක් යැයි ගනිමු. පහත දැක්වෙන ප්‍රකාශ එක එකක් අර්ථ දක්වන්න.
i) A සහ B සිද්ධි ස්වායත්ත වෙයි.
ii) A සහ B සිද්ධි අන්‍යොන්‍ය වශයෙන් බහිෂ්කාර වෙයි.
iii) A සහ B සිද්ධි නිරවශේෂ වෙයි.
A සහ B යන සිද්ධි දෙකෙහි අනුපූරක සිද්ධි පිළිවෙලින් A' සහ B' මගින් දක්වමු. $P(A\cap B) + P(A\cap B') = P(A)$ බව පෙන්වන්න. $P(A) = \frac{1}{2}$, $P(B) = \frac{1}{3}$ සහ $P(A\cap B') = \frac{1}{2}$ බව දී ඇති විට $P(A'\cap B)$ හි අගය සහ $P(A'\cap B')$ හි අගය සොයන්න.

b) A සහ B යනු $P(B) > 0$ වන සිද්ධි දෙකකි. $P(A|B)$ මගින් දැක්වෙන B දී ඇති විට A හි අසම්භාව්‍ය සම්භාවිතාව $P(A\cap B)$ සහ $P(B)$ සමග ඇති සම්බන්ධය ප්‍රකාශ කරන්න. ශිෂ්‍යයෙක් පාසැලට පාපැදියෙන් හෝ බසයෙන් හෝ යයි. ඔහු නියමිත වේලාවට හෝ ඊට පෙර හෝ පාසැලට පැමිණීමේ සම්භාවිතාව $\frac{19}{28}$ කි. ඔහු පාසැලට පාපැදියෙන් පැමිණි බව දී ඇති විට පමා වී පැමිණීමේ සම්භාවිතාව ඔහු බසයෙන් පැමිණි බව දී ඇති විට පමා වී පැමිණීමේ සම්භාවිතාව මෙන් දෙගුණයක් වෙයි. ඔහු බසයෙන් පාසලට පැමිණි ඕනෑම විටෙක නියමිත වේලාවට හෝ ඊට පෙර හෝ පැමිණීමේ සම්භාවිතාව $\frac{3}{4}$ කි. සසම්භාවී ලෙස තෝරාගත් දිනයක
i) ඔහු පාපැදියෙන් පාසලට පැමිණීමේ,
ii) ඔහු පමා වී පැමිණි බව දී ඇති විට ඔහු බසයෙන් ගමන් කර තිබීමේ, සම්භාවිතාව සොයන්න. (2008)

(29) A සහ B යනු $P(A) > 0$ වන සිද්ධි දෙකකි. A දී ඇති විට B හි අසම්භාව්‍ය සම්භාවිතාව වන $P(B/A)$ අර්ථ දක්වන්න. A, B සහ C සිද්ධි තුනක් සඳහා $P(A) > 0$ හා $P(A \cap B) > 0$ වෙතොත් $P(A \cap B \cap C) = P(A)\,P(B/A)\,P(C/A \cap B)$ බව පෙන්වන්න. $\{B_1, B_2, B_3\}$ යනු Ω නියැදි අවකාශයක විභාගනයක් ද A යනු Ω හි ඕනෑම සිද්ධියක් ද යැයි ගනිමු.

$i = 1, 2, 3$ සඳහා $P(B_1/A) = \dfrac{P(B_i)P\left(\frac{A}{B_i}\right)}{P(B_1)P\left(\frac{A}{B_1}\right)+P(B_2)\,.\,P\left(\frac{A}{B_1}\right)+P(B_3)\,.\,P\left(\frac{A}{B_3}\right)}$ බව පෙන්වන්න.

හරස් මාර්ගයක් වෙත ළඟාවන වාහන වමට, දකුණට හෝ සෘජුව ඉදිරියට යන දිශා තුනකින් එකක් ඔස්සේ යා යුතු ය. බටහිර දෙසින් පැමිණෙන වාහනවලින් 50% ක් වමට හා 20% ක් දකුණට හරවන අතර ඉතිරි වාහන සෘජුව ඉදිරියට ධාවනය කරන බව රථවාහන ඉංජිනේරුවන් නිරීක්ෂණය කර ඇත. එක් එක් වාහනයේ රියැදුරු ස්වායත්ත ලෙස දිශාව තෝරා ගන්නේ යැයි උපකල්පනය කරමින් බටහිර දෙසින් හරස් මාර්ගය වෙත ළඟාවන ඊළඟ වාහන තුනකින්,

i) සියල්ලම සෘජුව ඉදිරියට,
ii) සියල්ලම එකම දිශාවට,
iii) දෙකක් දකුණට හා එකක් වමට හරවා,
iv) සියල්ලම වෙනස් දිශාවලට, ධාවනය කිරීමේ සම්භාවිතාව සොයන්න. අනුයාත වාහන තුනම එකම දිශාවට ධාවනය කෙරෙයි නම්, බොහෝවිට ඒවා සියල්ලම වමට හරවන බව පෙන්වන්න. (2009)

(30) A හා B යනු ඕනෑම සිද්ධි දෙකක් යැයි ගනිමු. A' හා B' යනු පිළිවෙලින් A හා B හි අනුපූරක සිද්ධි යැයි ගනිමු. $P(A \cap B') = P(A) - P(A \cap B)$ බව සාධනය කරන්න.

ඒ නයින්, $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$ බව පෙන්වන්න. A හා B යනු ස්වායත්ත සිද්ධි නම්,

i) A හා B' ii) A' හා B' ස්වායත්ත බව පෙන්වන්න.

ජාත්‍යන්තර එක් දින තරගාවලියකට පෙර ශ්‍රී ලංකා කණ්ඩායමේ X නම් නිත්‍ය පිතිකරුවා හෝ Y නම් නිත්‍ය පන්දුයවන්නා ආබාධයකට ලක්වීමට ඉඩප්‍රස්ථාවක් ඇති බව අතීත තොරතුරුවලින් හෙළිදරවු වෙයි. X එවැනි ආබාධයකට ලක්වීමේ සම්භාවිතාව 0.2 ක් වන අතර Y සඳහා 0.1 ක් වේ. ආබාධවලට ලකවීම එකිනෙකින් ස්වායත්ත ලෙස සිදු වේ. N, A, B හා AB සිද්ධි පහත දැක්වෙන ආකාරයට අර්ථ දක්වා ඇත.

N : X හෝ Y යන දෙදෙනාගෙන් කිසිවකුත් ආබාධයකට ලක් නොවීම,
A : X පමණක් ආබාධයකට ලක්වීම,
B : Y පමණක් ආබාධයකට ලක්වීම,
AB : X සහ Y දෙදෙනාම ආබාධයකට ලක්වීම,

$P(N) = 0.72$, $P(A) = 0.18$, $P(B) = 0.08$ හා $P(AB) = 0.02$ බව පෙන්වන්න. දෙන ලද N, A, B හෝ AB සිද්ධියක් සඳහා ශ්‍රී ලංකා කණ්ඩායම තරගාවලියක් ජය ගැනීමේ, පරාජයවීමේ හෝ ජය පරාජයෙන් තොරව අවසන් කිරීමේ අසම්භාව්‍ය සම්භාවිතාව වගුවේ පෙන්වා ඇත. මෙහි (U, V) කෝෂය U දී ඇති විට V හි අසම්භාව්‍ය සම්භාවිතාව වන $P(V|U)$ නිරූපණය කරයි.

සිද්ධිය (U)	තරගාවලියක ප්‍රතිඵලය (V)		
	ජයගැනීම	පරාජයවීම	ජය පරාජයෙන් තොරව අවසන් වීම
N	0.9	0.08	0.02
A	0.5	0.4	0.1
B	0.7	0.2	0.1
AB	0.3	0.6	0.1

i) සුදුසු රුක් සටහනක් ඇඳීමෙන් හෝ වෙනත් ක්‍රමයකින් හෝ ශ්‍රී ලංකා කණ්ඩායම ළඟ එන තරගාවලිය ජයග්‍රහණය කිරීමේ සම්භාවිතාව සොයන්න.

ii) ශ්‍රී ලංකා කණ්ඩායම තරගාවලියක් පරාජය වී ඇති බව දී ඇති විට එම තරගාවලියට පෙර Y ආබාධයකට ලක්ව තිබීමේ අසම්භාව්‍ය සම්භාවිතාව සොයන්න. (2010)

(31) ගැටළුවක් විසඳීමට මිතුරන් දෙදෙනෙක් ස්වායත්ත ලෙස උත්සාහ කරති. ඔවුන්ගේ සාර්ථකවීමේ සම්භාවිතා $\frac{1}{3}$ හා $\frac{1}{4}$ වේ. ගැටලුව විසඳීමේ දී

i) ඔවුන් දෙදෙනාම සාර්ථක වීමේ,

ii) කිසිවකු සාර්ථක නොවීමේ, සම්භාවිතාව සොයන්න. (2011)

(32) A හා B යනු Ω නියැදි අවකාශයක නිරවශේෂ සිද්ධි දෙකක් (එනම් $A \cup B = \Omega$) යැයි ගනිමු. $P(A) = \frac{2}{5}$ හා $P(A \cap B) = \frac{1}{3}$ නම්,

i) P(B) ii) P(A/B)

iii) A' හා B' යනු පිළිවෙලින් A හා B හි අනුපූරක සිද්ධි වන P(A'/B') සොයන්න. (2011)

(33) a) හිස වැටීමේ සම්භාවිතාව p වූ නැඹුරු කාසියකින් නිමල්, සුනිල් හා පියල් ක්‍රීඩාවක යෙදෙති. නිමල්, සුනිල් හා පියල් එම පටිපාටියට මෙම කාසිය උඩ දමති. අගය ලබාගත් පළමුවන තැනැත්තා ක්‍රීඩාව දිනයි. නිමල් ඔහුගේ,

i) දෙවන වාරයේ දී,

ii) තෙවන වාරයේ දී, ක්‍රීඩාව දිනීමේ සම්භාවිතාව සොයන්න.

ඒ නයින්, අවසානයේ දී නිමල් ක්‍රීඩාව දිනීමේ සම්භාවිතාව සොයන්න. කාසියෙන් හිස වැටීමට වඩා අගය වැටීමට වැඩි හව්‍යතාවක් ඇත්නම් නිමල්ට ක්‍රීඩාව දිනීම සඳහා 50% ට වඩා වැඩි ඉඩක් ඇති බව අපෝහනය කරන්න. (2011)

(34) A, B හා C යනු Ω නියැදි අවකාශයෙහි අන්‍යෝන්‍ය වශයෙන් බහිෂ්කාර හා නිරවශේෂ සිද්ධි යැයි ගනිමු. $P(A) = 2p$, $P(B) = p^2$ හා $P(C) = 4p - 1$ නම්, p හි අගය සොයන්න. (2012)

(35) A, B හා C යනු Ω නියැදි අවකාශයෙහි ස්වායත්ත සිද්ධි තුනක් යැයි ගනිමු. A හා $(B \cup C)$ යනු ස්වායත්ත සිද්ධි බව පෙන්වන්න. (2012)

(36) A හා B යනු Ω නියැදි අවකාශයක සිද්ධි දෙකක් යැයි ගනිමු. P(A/B) = P(A/B') නම්, A හා B ස්වායත්ත බව පෙන්වන්න. මෙහි B' මගින් B හි අනුපූරක සිද්ධිය දක් වේ. (2013)

(37) A, B හා C යනු Ω නියැදි අවකාශයක අන්‍යෝන්‍ය වශයෙන් බහිෂ්කාර හා නිරවශේෂ සිද්ධි තුනක් යැයි ගනිමු. $P(A \cup B) = \frac{1}{2}$, $P(B \cup C) = \frac{1}{2}$ හා $P(C \cup A) = \frac{2}{3}$ යන සම්භාවිතාවන් එකවිට තිබිය හැකි ද? ඔබේ පිළිතුර සනාථ කරන්න. (2013)

(38) a) පාසලක එක්තරා විභාගයකට පෙනී සිටි සිසුන් 100 දෙනෙකු පිළිබඳ සමීක්ෂණයකට අනුව එම සිසුන්ගෙන් 48 දෙනෙකු විභාගය සමත් වී ඇති බව අනාවරණය විය. තව ද මෙම සිසුන් 100 දෙනා අතුරෙන් 50 දෙනෙකු පාසලේ දී ක්‍රීඩා කටයුතු සඳහා සහභාගී වී ඇති බව ද 30 දෙනෙකු පාසලේ දී සංගීත කටයුතු සඳහා සහභාගී වී ඇති බව ද කිසිම සිසුවෙකු ක්‍රීඩා කටයුතු හා සංගීත කටයුතු යන දෙකටම සහභාගී වී නොමැති බව ද අනාවරණය විය. තවද පාසලේ දී ක්‍රීඩා කටයුතු සඳහා සහභාගී වූ සිසුන්ගෙන් 60% ක් විභාගය සමත් වී ඇති අතර පාසලේදී ක්‍රීඩා කටයුතු හෝ සංගීත කටයුතු සඳහා සහභාගී නොවූ සිසුන්ගෙන් 30% ක් විභාගය සමත් වී ඇත.

ඉහත සිසුන් 100 දෙනාගෙන් එක් සිසුවකු සසම්භාවී ව තෝරා ගනු ලැබේ. මෙම සිසුවා,

i) පාසලේදී සංගීත කටයුතු සඳහා සහභාගී වූ අයෙකු බව දී ඇති විට ඔහු විභාගය සමත් අයකු වීමේ,

ii) විභාගය සමත් අයකු බව දී ඇති විට පාසලේ දී ඔහු ක්‍රීඩා කටයුතු සඳහා සහභාගී වූ අයකු වීමේ, සම්භාවිතාව සොයන්න. (2013)

(39) A හා B යනු Ω නියැදි අවකාශයක සිද්ධි දෙකක් යැයි ගනිමු. සුපුරුදු අංකනයෙන්, $P(A\cup B)\cap(A'\cup B') = P(A) + P(B) - 2P(A\cap B)$ බව පෙන්වන්න. (2014)

(40) මල්ලක ප්‍රමාණයෙන් සමාන වූ රතු බෝල 6 ක් ද, සුදු බෝල 4 ක් ද, අඩංගු වේ. බෝල තුනක්, වරකට එක බැගින්, ප්‍රතිස්ථාපනයකින් තොරව, සසම්භාවී ලෙස මල්ලෙන් ඉවතට ගනු ලැබේ. දෙවැනි බෝලය සුදු එකක් බව දී ඇති විට, තුන්වැනි බෝලය රතු එකක් වීමේ සම්භාවිතාව සොයන්න. (2014)

(41) A හා B යනු Ω නියැදි අවකාශය $P(B) > 0$ වන සිද්ධි දෙකක් යැයි ගනිමු. B දී ඇති විට A හි අසම්භාව්‍ය සම්භාවිතාව වූ $P(A/B)$ අර්ථ දක්වන්න.

$P(A) = P(B)\,P(A/B) + P/(B')\,P(A/B')$ බව පෙන්වන්න. $0 < P(B) < 1$ වන අතර B' මගින් B හි අනුපූරක සිද්ධිය දැක්වේ.

විශාල සමාගමක සේවා නියුක්තිකයන්ගෙන් 80% ක් පිරිමි වන අතර 20% ක් ගැහැණු වේ. සේවා නියුක්තිකයන්ගෙන් 57% කගේ ඉහළම අධ්‍යාපන සුදුසුකම අ.පො.ස (සා.පෙළ) වන අතර 32% කගේ එම සුදුසුකම අ.පො.ස (උ.පෙළ) වේ. අනික් සියලුම සේවා නියුක්තිකයෝ උපාධිධාරීහු වෙති මෙම සමාගමේ ගැහැණු සේවා නියුක්තිකයන්ගෙන් 40% කගේ ඉහළම අධ්‍යාපන සුදුසුකම අ.පො.ස (සා.පෙළ) වන අතර 45% කගේ එම සුදුසුකම අ.පො.ස (උ.පෙළ) වේ. සමාගමේ සේවා නියුක්තිකයන්ගෙන් එක් අයෙකු සසම්භාවී ලෙස තෝරා ගනු ලැබේ. එසේ තෝරා ගනු ලැබූ සේවා නියුක්තිකයා,

i) ඉහළම අධ්‍යාපන සුදුසුකම අ.පො.ස (සා.පෙළ) වූ ගැහැණු කෙනෙකු වීම.

ii) ඉහළම අධ්‍යාපන සුදුසුකම අ.පො.ස (සා.පෙළ) වූ පිරිමි කෙනෙකු වීම.

iii) පිරිමි කෙනෙකු බව දී ඇති විට, එම සේවා නියුක්තිකයා උපාධිධාරියෙකු වීම.

iv) උපාධිධාරියෙකු නොවන බව දී ඇති විට එම සේවා නියුක්තිකයා ගැහැණු කෙනෙකු වීම

යන සිද්ධීන් එක එකෙහි සම්භාවිතාව සොයන්න. (2014)

(42) A, B හා C යනු S නියැදි අවකාශයක ස්වායත්ත සිද්ධි තුනක් යැයි ගනිමු. සුපුරුදු අංකනයෙන්, $P(A\cup B\cup C)$ සම්භාවිතාව, $P(A)$, $P(B)$ හා $P(C)$ සම්භාවිතා ඇසුරෙන් ප්‍රකාශ කරන්න.

$P(A) = \frac{1}{4}$, $P(B) = \frac{1}{2}$ හා $P(A\cup B\cup C) = \frac{3}{4}$ බව තවදුරටත් දී ඇති විට, $P(C)$ සම්භාවිතාව සොයන්න. (2015)

(43) සර්වසම පෙනුමැති විදුලි බල්බ 7 ක් පෙට්ටියක අඩංගු වේ. මෙම බල්බවලින් 2 ක් දෝෂ සහිත බවත්, ඉතිරිය පාවිච්චි කළ හැකි බවත් දැනගෙන ඇත. දෝෂ සහිත බල්බ 2 ම හඳුනා ගන්නා තුරු එකකට පසුව අනෙක වශයෙන් බල්බ පරීක්ෂා කරනු ලැබේ.

i) බල්බ දෙකක් පමණක් ii) බල්බ තුනක් පමණක්

පරීක්ෂා කිරීමෙන් පසු දෝෂ සහිත බල්බ දෙක ම හඳුනා ගැනීමට හැකිවීමේ සම්භාවිතාව සොයන්න. (2015)

(44) මිනිසෙක්, යතුරු පැදිය, පා පැදිය හෝ පයින් යන ගමන් ක්‍රම තුනෙන් එකක් පමණක් යොදා ගනිමින් නිශ්චිත මාර්ගයක් දිගේ අනතුරු සහිත ගමනක් යයි.

මිනිසා මෙම ගමනාගමන ක්‍රම යොදා ගැනීමේ සම්භාවිතා පිළිවෙළින් p, 2p හා 3p වේ නම්, p හි අගය සොයන්න.

ඔහු මෙම ගමනාගමන ක්‍රම යොදා ගැනීමේ දී අනතුරක් සිදුවීමේ සම්භාවිතා පිළිවෙළින් $\frac{1}{5}$, $\frac{1}{10}$ සහ $\frac{1}{20}$ වේ නම්, තනි ගමනක දී අනතුරක් සිදුවීමේ සම්භාවිතාව ගණනය කරන්න.

ගමන අතරතුරේ දී මිනිසාට අනතුරක් සිදුවී ඇති බව දන්නේ නම්, මිනිසා ගමන් කරමින් සිටියේ,

i) යතුරු පැදියෙන් ii) පා පැදියෙන් iii) පයින් වීමේ

සම්භාවිතාව ගණනය කරන්න. වඩාත් ආරක්ෂිත වූයේ කුමන ගමනාගමන ක්‍රමය ද? ඔබගේ පිළිතුර සනාථ කරන්න. (2015)